

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ**

Учебно-методическое пособие

Составитель:

Ж. И. Бахтина

Воронеж  
Издательский дом ВГУ  
2014

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ХАРАКТЕРИСТИКА ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ.....	4
2. ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ.....	8
3. БАЛАНСОВЫЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ.....	22
4. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРЕДЛОЖЕНИЯ, СПРОСА, ПОТРЕБЛЕНИЯ, ЦЕН В УСЛОВИЯХ РЫНКА .....	27
ЛИТЕРАТУРА.....	36

Составление дедуктивных моделей основывается на различных теориях или гипотезах о свойствах моделируемого явления.

По соотношению эндогенных (внутренних) и экзогенных (внешних) переменных модели могут разделяться на **открытые** и **закрытые**.

Особое место занимают **равновесные** модели, широко используемые в рыночной экономике. Они описательны.

Наконец, модели можно классифицировать по типу используемого математического аппарата: **матричные, линейного и нелинейного программирования, регрессионные и т.д.**

По степени структуризации народнохозяйственных процессов модели делятся на **однопродуктовые** и **многопродуктовые**, на **многоотраслевые** и **одноотраслевые**, на **одноэтапные** и **многоэтапные**.

### **1.3. Этапы экономико-математического моделирования:**

1. Определение цели исследования и постановка экономической задачи.
2. Формализация проблемы.
3. Сбор и обработка информации.
4. Построение рабочей модели явления.
5. Численное решение модели.
6. Интерпретация численных результатов.

**1.4. Эконометрические модели.** **Эконометрическая модель** – это модель, которая является средством прогнозирования значений определенных переменных, называемых **эндогенными переменными**. Для того чтобы сделать такие прогнозы, в качестве исходных данных используются значения других переменных, называемых **экзогенными переменными**. Предположения о значениях таких переменных делаются пользователем модели. Например, в эконометрической модели уровень продаж автомашин в следующем году может быть привязан к уровню валового внутреннего продукта и процентных ставок. Чтобы сделать прогноз относительно объема продаж автомобилей в следующем году (это эндогенная переменная), следует получить данные о величине валового внутреннего продукта и процентных ставок для будущего года, которые относятся к экзогенным переменным.

### **Типы эконометрических моделей**

1. **Краткосрочные** (до 3 лет) и **долгосрочные** (15 – 20 лет). Иногда в качестве особого типа выделяют **среднесрочные** модели.
2. Важно деление эконометрических моделей на **статические** и **динамические**.
3. Если все уравнения линейны, то модель называется **линейной**. В **нелинейных** используются степенные, экспоненциальные,

логарифмические и другие нелинейные уравнения (они легко сводятся к линейным).

4. **Взаимозаменяемые** (содержат обратные связи между уравнениями) и **рекурсивные** (уравнения связаны в одном направлении).

5. **Агрегированные** модели, выражающие взаимосвязи совокупных макроэкономических величин (национальный доход, потребление, капитальные вложения, основные фонды, рабочая сила) и **дезагрегированные** модели, в которых переменные подразделяются по отраслям или на основе иных соображений.

6. **Комплексные модели** стремятся к отображению всего процесса воспроизводства.

Эконометрические модели содержат следующие основные переменные и соотношения:

1. **Объем производимой продукции** обычно изучается с помощью производственных функций, которые выражают зависимость объема от производственных факторов.

2. **Доходы и потребление населения** изучаются с помощью функций дохода и потребления.

3. **Капиталовложения и основные фонды** изучаются с помощью инвестиционных функций, а также уравнений создания и размещения основных фондов.

4. **Уровень занятости** моделируется с помощью уравнений трудовых ресурсов.

5. **Объемы внешней торговли** изучаются с помощью уравнений экспорта и импорта.

### **Темы для самостоятельного изучения**

(Источник: Пелих А.С. *Экономико-математические методы и модели в управлении производством* / А.С. Пелих, Л.Л. Терехов, Л.А. Терехова. Ростов-на-Дону, «Феникс». – 2005. – 248 стр.):

Глава 1: Характеристика экономико-математических методов – 1.2 – 1.4.

### **Задача**

На основании статистических данных по народному хозяйству России за 1995–2003 гг. о национальном доходе  $Y$ , основных производственных фондах  $F$  и трудовых ресурсах  $L$  была получена производственная функция:

$$Y = 1,058F^{0,687}L^{0,313}.$$

Требуется проанализировать указанную производственную функцию по таким показателям:

– средняя эффективность затрат труда;

- предельная эффективность затрат труда;
- средняя фондоотдача;
- предельная фондоотдача;
- эластичность национального дохода по затратам труда;
- эластичность национального дохода по производственным фондам;
- предельная норма замещения ресурсов.

### ***Вопросы по теме для самостоятельного изучения:***

1. Дайте определение экономико-математической модели.
2. Приведите классификацию экономико-математических моделей.
3. Опишите содержание и возможные приложения метода наименьших квадратов.
4. Дайте определение производственной функции.
5. Приведите средние и предельные показатели, вытекающие из производственной функции.
6. Охарактеризуйте содержание систем эконометрических уравнений.
7. Раскройте смысл эндогенных и экзогенных переменных в системах эконометрических уравнений.

## **2. ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ** (экономико-математическое моделирование как способ изучения хозяйственной деятельности)

### ***2.1. Этапы моделирования деятельности предприятия:***

1. Четкая формулировка конечной цели построения модели, а также определение критерия, по которому будут сравниваться различные варианты решения (наибольшая прибыль, наименьшие издержки производства, максимальная загрузка оборудования, производительность труда и др.) В задачах математического программирования такой критерий отражается ***целевой функцией***. Например, необходимо проанализировать производственную программу выработки продукции с целью выявления резервов повышения прибыли от воздействия структурного сдвига в ассортименте. Критерием оптимальности в данном случае при построении экономико-математической модели выступает максимум прибыли. Уравнение целевой функции будет иметь вид:

$$L = \sum_{j=1}^n \Pi_j x_j \rightarrow \max,$$