

## МАТЕМАТИКА

УДК 519.642.3

**В.М. ДРАГИЛЕВ****О РЕДУКЦИИ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА К УРАВНЕНИЮ С ВЫРОЖДЕННЫМ ЯДРОМ**

*Рассматривается абстрактная некорректная обратная задача, сведенная к интегральному уравнению Фредгольма первого рода. Работа посвящена полувзвешенной схеме априорных прогнозов, предназначенной для анализа возможностей реконструкции по данным об уровне входных погрешностей. Получены оценки, позволяющие, при подходящем соотношении между параметрами, проводить прогнозы, используя вырожденную аппроксимацию для ядра интегрального оператора.*

**Ключевые слова:** некорректные обратные задачи, интегральное уравнение Фредгольма первого рода, метод проекций, априорный прогноз.

**Введение.** Пусть некорректная обратная задача сведена к интегральному уравнению (ИУ) Фредгольма первого рода с вполне непрерывным оператором

$$[Aq](x) \equiv \int_a^b G(x,s)q(s)ds = \tilde{u}(x), \quad x \in [c,d], \quad (1)$$

где  $\tilde{u}(x) = u(x) + \delta u(x)$ ,  $u(x) = [Aq](x)$ ,  $q(s) \in L_2[a,b]$  - искомая функция (оригинал);  $\delta u(x)$  - погрешность исходных данных.

Ввиду некорректности задачи ее практической постановке должен предшествовать априорный анализ, состоящий, в идеале, из следующих двух этапов. В первую очередь желательно указать некий класс оригиналов, успешная реконструкция в том или ином смысле гарантируется при заданном уровне входных погрешностей. Затем, исходя из доступной информации об оригинале, следует выяснить его принадлежность к данному классу и сделать вывод о возможности (невозможности) успешной реконструкции.

Самостоятельный интерес представляет первый этап, который и будет в центре внимания. За недостатком априорной информации как первый, так и второй этап обычно осуществляется нестрогим образом, с привлечением неких качественных представлений. Простейшим средством априорного анализа служат численные эксперименты с имитацией погрешностей и модельными оригиналами. Другие приемы основаны на исследовании сингулярных чисел (СЧ) и числа обусловленности [1-4]. По ряду причин последний подход может быть наиболее эффективно реализован, когда оператор  $A$  является конечномерным, т.е.

$$G(x,s) = G_M(x,s) \equiv \sum_{m=1}^M \varphi_m(x)\psi_m(s). \quad (2)$$

Подходящая методика априорных прогнозов в основных чертах показана в статьях [2, 5] и для удобства будет далее изложена.

Для приложений интересен случай [2], когда ядро ИУ приближается к вырожденному, т.е.

$$G(x,s) = G_M(x,s) + G_r(x,s),$$

где  $G_r(x,s)$  - остаточные члены, исчезающие в некотором пределе.