

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА И ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Журнал публикует оригинальные статьи и заказные обзоры по механике жидкости, газа, плазмы, динамике многофазных сред, физике и механике взрывных процессов, электрическому разряду, ударным волнам, состоянию и движению вещества при сверхвысоких параметрах, теплофизике, механике деформируемого твердого тела, композитным материалам, методам диагностики газодинамических физико-химических процессов.

Журнал реферируется и аннотируется в следующих изданиях: РЖ Механика; РЖ Физика; European Mathematical Society; Mathematical Reviews; Solid State Abstracts Journal; Applied Mechanics Reviews; Chemical Abstracts; Current Contents/Engineering, Computing, and Technology; SciSearch; Research Alert.

*Журнал переводится на английский язык и издается в США издательством SPRINGER
под названием «Journal of Applied Mechanics and Technical Physics»*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор В. К. Кедринский
Зам. гл. редактора А. К. Ребров
Отв. секретарь Г. А. Швецов

Члены редколлегии

Б. Д. Аннин	А. А. Маслов	В. В. Пухначев
В. Д. Бондарь	В. Е. Накоряков	Е. И. Роменский
А. А. Иванов	Р. И. Нигматулин	В. М. Фомин
С. П. Киселев	А. М. Оришич	А. П. Чупахин
В. М. Ковеня	В. Е. Панин	Е. Н. Шер
В. Ю. Ляпидевский	В. В. Пененко	Н. И. Яворский

Учредители Сибирское отделение РАН
журнала Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН
Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА И ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Т. 55
№ 6 (328)

ПМТФ
Научный журнал

2014
НОЯБРЬ — ДЕКАБРЬ

(Журнал основан в 1960 г. Выходит 6 раз в год)

СОДЕРЖАНИЕ

Шелухин В. В., Неверов В. В. Течение микрополярных и вязкопластических жидкостей в ячейке Хеле-Шоу	3
Барлукова А. М., Черевко А. А., Чупахин А. П. Бегущие волны в одномерной модели гемодинамики	16
Азиф М., Азиф А. Исследование полоидальной беты и собственной индуктивности путем решения простейшего уравнения Грэда — Шафранова для токамака с круглым сечением	27
Фомин В. М., Аульченко С. М., Звегинцев В. И., Устинов Л. А. Анализ траекторий полета летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем	35
Медведев А. Е. Приближенное моделирование структуры течения в λ -образном псевдоскачке	43
Саффари Х., Мусави Р. Численное исследование влияния геометрических характеристик вертикальной геликоидальной катушки на течение в ней пузырьковой жидкости	60
Дервянко В. А., Кукушкин С. В., Латыпов А. Ф. Метод восстановления давления в потоке газа по данным измерений в аэродинамических трубах кратковременного действия	74
Актершев С. П., Алексеенко С. В. Моделирование трехмерных волн в пленке жидкости	84
Деревич И. В. Миграция гранулы в неоднородном быстроосциллирующем поле скорости вязкой жидкости	97
Дегтярев В. В., Остапенко В. В., Ковыркина О. А., Золотых А. В. Сравнение теории и эксперимента при моделировании разрушения плотины в прямоугольном канале, имеющем скачок площади сечения	107
Петров А. Г., Потапов И. И. Анализ причин возникновения донной неустойчивости	114
Горелов Д. Н. Движитель типа машущего крыла	120
Федоров А. В., Жилин А. А. Математическое моделирование процесса экстракции влаги из зерен риса	127

Горев Б. В., Любашевская И. В., Панамарев В. А., Иявойнен С. В. Описание процесса ползучести и разрушения современных конструкционных материалов с использованием кинетических уравнений в энергетической форме	132
Кулик В. М. Вынужденные колебания слоя вязкоупругого материала под действием конвективной волны сдвиговых напряжений	145
Кургузов В. Д., Корнев В. М., Москвичев В. В., Козлов А. А. Влияние периодического изменения предела текучести в пластине на развитие зон пластичности вблизи вершины трещины	152
Остсемин А. А., Уткин П. Б. Напряженно-деформированное состояние и коэффициент интенсивности напряжений в окрестности трещиноподобных дефектов при двухосном растяжении пластины	162
Кургузов В. Д., Астапов Н. С., Астапов И. С. Модель разрушения квазихрупких структурированных материалов	173
Седики Х. М., Ширази К. Х. Исследование поперечных колебаний балки на упругом основании на основе нелинейной теории пятого порядка с использованием точного выражения для кривизны балки	186
Алфавитный указатель за 2014 год	195

Адрес редакции:

630090, Новосибирск, Морской просп., 2, редакция журнала
«Прикладная механика и техническая физика»
Тел. 330-40-54; e-mail: pmtf@sibran.ru

Зав. редакцией *О. В. Волохова*

Корректор *Л. Н. Ковалева*

Технический редактор *Д. В. Нечаев*

Набор *Д. В. Нечаев*

Сдано в набор 09.09.14. Подписано в печать 11.11.14. Формат 60 × 84 1/8. Офсетная печать.
Усл. печ. л. 24,0. Уч.-изд. л. 19,5. Тираж 305 экз. Свободная цена. Заказ № 163.

Журнал зарегистрирован Министерством печати и информации РФ за № 011097 от 27.01.93.

Издательство Сибирского отделения РАН, 630090, Новосибирск, Морской просп., 2.

Отпечатано на полиграфическом участке Ин-та гидродинамики им. М. А. Лаврентьева.
630090, Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 15.

© Сибирское отделение РАН, 2014

© Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 2014

© Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, 2014

УДК 532.516

ТЕЧЕНИЕ МИКРОПОЛЯРНЫХ И ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

В. В. Шелухин, В. В. Неверов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия
E-mails: shelukhin@list.ru, NeverovVladim@gmail.com

Для течений в тонком слое получено обобщение закона Дарси, связывающего среднюю по поперечной координате скорость и градиент давления. С учетом микровращений и предельного напряжения сдвига выведен нелинейный закон Дарси с предельным градиентом. Показано, что микрополярность жидкости проявляется в увеличении кажущейся вязкости и предельного градиента давления. Получено обобщение закона Дарси на случай псевдопластических и дилатантных жидкостей Хершеля — Балкли.

Ключевые слова: микрополярная вязкопластическая жидкость, предельное напряжение сдвига, ячейка Хеле-Шоу, обобщенный закон Дарси.

Введение. Ряд природных сред и искусственных материалов (лавины, гранулированные жидкости, кровь, текущая в капиллярах, буровой раствор со шламом при бурении скважин и т. п.) характеризуются микрополярностью и вязкопластичностью. В работе [1] предложена математическая модель, учитывающая оба этих свойства. Под микрополярностью понимается наличие микровращений и микровращательной инерции (например, движение жидких кристаллов). В рамках теории жидкости Бингама вязкопластичность означает существование предельного напряжения сдвига: движение жидкости становится твердотельным, если сдвиговые напряжения не превышают некоторого предела.

Целью данной работы является исследование течения микрополярной вязкопластической жидкости в тонком слое. Подобная задача возникает, например, при заполнении трещины гидроразрыва пласта проппантом [2]. В классической теории вязкопластических жидкостей рассматривается только одно предельное напряжение сдвига τ_* , так как локальные напряжения характеризуются только тензором напряжений Коши T . Однако, для того чтобы описать напряжения в микрополярной жидкости, необходимо дополнительно использовать тензор моментных напряжений N , поэтому в работе [1] введено предельное моментное напряжение τ_n . Локальные деформации в микрополярной жидкости также характеризуются двумя тензорами скоростей деформаций, с помощью которых можно вычислить градиент поля скорости и градиент поля мгновенной угловой скорости. Оба тензора скоростей деформаций должны обращаться в нуль в “сильной” твердотельной зоне. В отличие от классической жидкости Бингама в микрополярной жидкости Бингама могут присутствовать и “слабые” твердотельные зоны, в которых равен нулю только второй тензор скоростей деформаций, т. е. градиент угловой скорости, но первый тензор скоростей

деформаций может быть отличным от нуля. В [1] существование “слабой” твердотельной зоны показано численно, а в данной работе этот факт устанавливается аналитическими методами. Кроме того, в настоящей работе в предположении, что толщина слоя течения является малой, получен обобщенный закон Дарси, связывающий градиент давления и среднюю по толщине скорость течения. В отличие от закона, полученного в рамках теории смазки [2], обобщенный закон Дарси является нелинейным. Для жидкости Бингама и Хершеля — Балкли установлено наличие предельного градиента давления p_l : течение отсутствует, если модуль градиента давления не превышает величину p_l . Влияние микровращений проявляется в том, что с увеличением вращательной вязкости увеличиваются как эффективная вязкость, так и предельный градиент давления p_l .

Течения неньютоновских жидкостей в ячейке Хеле-Шоу имеют различные применения (литье под давлением [3], сенсорные дисплеи [4] и т. д.). Такие течения жидкостей со степенной вязкостью рассматривались во многих работах (см., например, [5]), но в них не учитывались предельное напряжение сдвига и микровращения.

Теория микрополярных жидкостей для сплошной среды Коссера [6] изложена в [7]. Существует несколько подходов к описанию жидкости Бингама. В отличие от пионерской работы [8] в данной работе используется метод, развитый в [9–13].

Определяющие уравнения. Подобно твердому телу частица среды Коссера имеет шесть степеней свободы. Каждой материальной точке с лагранжевыми координатами (t, ξ) соответствуют вектор эйлеровых координат $\mathbf{x}(t, \xi)$ и тройка взаимно ортогональных векторов-директоров $\mathbf{d}_i(t, \xi)$, $i = 1, 2, 3$. Ориентация директоров определяется ортогональным тензором $Q(t, \xi)$, а их скорость вращения характеризуется тензором $\Omega(t, \mathbf{x}) = Q_t Q^*$. Тензор Ω является антисимметричным и определяет локальное вращение с угловой скоростью

$$\mathbf{w} = (1/2) \mathbf{e}_i \times \Omega \langle \mathbf{e}_i \rangle = (1/2) \epsilon : \Omega,$$

где $\{\mathbf{e}_i\}_1^3$ — ортонормированный базис; ϵ — тензор Леви-Чивиты третьего ранга; $\mathbf{e}_i \times \mathbf{e}_j = \epsilon_{sij} \mathbf{e}_s$; $(\epsilon : \Omega)_i \equiv \epsilon_{ijk} \Omega_{jk}$.

Для матриц A и B размерности 3×3 скалярное произведение $A : B$ определяется формулой $A : B = A_{ij} B_{ij}$, а матрица A^* в ортонормированном базисе совпадает с транспонированной. Пусть $\mathbf{v}(t, \mathbf{x})$ — поле скорости, которое в переменных Лагранжа совпадает с производной $\mathbf{x}_t(t, \xi)$. Тогда тензоры $B = \partial \mathbf{v} / \partial \mathbf{x} - \Omega$, $A = \partial \mathbf{w} / \partial \mathbf{x}$ являются тензорами скоростей деформаций, $A_{ij} = \partial \omega_i / \partial x_j$. Отметим, что тензоры B и A объективны по отношению к трансляциям и поворотам [7].

Законы сохранения масс и импульса имеют вид

$$\dot{\rho} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \rho \dot{\mathbf{v}} - \operatorname{div} T = \rho \mathbf{f},$$

где $(\operatorname{div} T)_i = \partial T_{ij} / \partial x_j$; ρ — массовая плотность; \mathbf{f} — плотность массовых сил; точка означает материальную производную. В уравнении момента импульса

$$\rho \dot{\mathbf{s}} - \operatorname{div} N = \epsilon : T^* + \rho \mathbf{l}$$

величина \mathbf{s} есть плотность момента импульса, \mathbf{l} — плотность пар внешних сил. Следует отметить, что тензор напряжений Коши T не является симметричным. В общем случае $\mathbf{s} = \Theta \mathbf{w}$, где Θ — симметричный тензор микроинерции, удовлетворяющий уравнению $\dot{\Theta} - \Omega \Theta + \Theta \Omega = 0$.

В отсутствие внешних источников тепла изменение полной энергии E описывается уравнением

$$\rho \dot{E} = \operatorname{div} (T^* \mathbf{v} + N^* \mathbf{w} - \mathbf{q}) + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} + \rho \mathbf{l} \cdot \mathbf{w},$$

где $E = e + \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} / 2 + \mathbf{s} \cdot \mathbf{w} / 2$; e — удельная внутренняя энергия; \mathbf{q} — приток тепла, задаваемый законом Фурье. В общем случае $e = e(\eta, \rho, \Theta)$, где η — удельная энтропия.